Эпистемология и философия науки
2023. Т. 60. № 3. С. 17–30
УДК 167.7
Epistemology & Philosophy of Science
2023, vol. 60, no. 3, pp. 17–30
DOI: https://doi.org/10.5840/eps202360336

О принципе единого решения парадоксов*

Ладов Всеволод Адольфович – доктор философских наук, профессор, ведущий научный сотрудник.
Томский научный центр Сибирского отделения Российской академии наук.
Российская Федерация, 634055, г. Томск, пр. Академический, 10/4.
Национальный исследовательский Томский государственный университет.
Российская Федерация, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 25;
e-mail: ladov@yandex.ru

В статье обсуждается решение логико-семантических парадоксов, предложенное Б. Расселом и воспроизведенное в современной логической литературе Г. Пристом в качестве принципа единого решения. При этом Г. Прист считает, что разделение парадоксов на две принципиально разные группы (логические и семантические), которое ввел Ф. Рамсей, является неправомерным, и признает правоту именно Б. Рассела, рассматривавшего все парадоксы унифицированно. На основании исследования формальной структуры парадоксов автор статьи утверждает, что принцип единого решения нельзя назвать полностью релевантным проблеме, поскольку он опирается на недостаточно тщательную диагностику причин возникновения парадоксов.

Ключевые слова: Б. Рассел, Г. Прист, Ф. Рамсей, парадокс, самореферентность, принцип единого решения, формальная структура парадоксов

On the principle of uniform solition to paradoxes

Vsevolod A. Ladov –
DSc in Philosophy, Professor, Leading Research Fellow.
Tomsk Scientific Center of the Siberian Branch of the Russian Academy of Science.
10/4 Akademichesky Ave., Tomsk 634055, Russian Federation.

The solution of logical and semantical paradoxes is discussed in the article. The solution was developed by B. Russell. In modern logical literature the solution was represented by G. Priest as the principle of uniform solution of paradoxes. G. Priest thinks that the division of paradoxes on two fundamental different groups (logical and semantical) is wrong. He recognizes the correctness of B. Russell who considered all paradoxes in unified form. On the foundation of research of formal structure of paradoxes the author of the article asserts that the principle of uniform solution cannon be called completely relevant to the problem,

* Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-18-00019, https://rscf.ru/project/23-18-00019/

National Research Tomsk State University.
25 Lenina Ave, Tomsk 634050, Russian Federation;
e-mail: ladov@yandex.ru

since it relies on insufficiently thorough diagnosis of the causes of paradoxes.

Keywords: B. Russell, G. Priest, F. Ramsey, paradox, self-reference, the principle of uniform solution, formal structure of paradoxes

Введение

Б. Рассел утверждал, что все логические парадоксы подобны между собой в том, что их основанием выступает явление самореферентности: «У всех указанных выше противоречий (которые суть лишь выборка из бесконечного числа) есть общая характеристика, которую мы можем описать как самореферентность или рефлексивность» [Рассел, 2006, с. 18].

Поскольку все парадоксы подобны, постольку и их решение может быть унифицированным. Оно должно заключаться в том, чтобы ни в мышлении, ни в языке не допускать появления рассуждений и их лингвистических репрезентаций, структура которых содержит самореферентность как основание парадоксов. В современной логической литературе Г. Прист называет данное унифицированное решение парадоксов «Принципом единого решения» (The principle of uniform solution) [Priest, 1994, p. 32]. При этом Г. Прист считает, что разделение парадоксов на две принципиально разные группы *A* и *B* (логические и семантические), которое ввел Ф. Рамсей [Рамсей, 2011], является неправомерным, и признает правоту именно Б. Рассела, рассматривавшего все парадоксы унифицированно [Priest, 1994, p. 23].

Цель данной статьи – обсудить, насколько удачным оказалось унифицированное решение парадоксов, предложенное Б. Расселом и воспроизведенное в современной логической литературе Г. Пристом. Мы будем утверждать, что данное решение нельзя назвать полностью релевантным, поскольку оно опирается на недостаточно тщательную диагностику причин возникновения парадоксов.

О спорности полного запрета на самореферентность в качестве решения проблемы парадоксов уже не раз говорилось в современной логико-философской литературе [Wormell, 1958; Gupta, 1982; Ladov, 2019]. Новизна исследования, представленного в данной статье, заключается в том, что критический анализ расселовского решения осуществляется посредством фиксации и рассмотрения формальной структуры парадоксов.

Структура парадоксов

Сначала в работе «Математическая логика, основанная на теории типов» Б. Рассел сформулировал семь парадоксов [Рассел, 2006], позже Ф. Рамсей в статье «Основания математики» добавил к ним еще один [Рамсей, 2011]. Именно эти восемь парадоксов считаются классическими и обсуждаются при рассмотрении проблемы парадоксов прежде всего. Ориентируясь на идею Б. Рассела о едином основании парадоксов, мы предлагаем обсудить их в рамках общей формальной структуры, которую условно назовем «Структурой Рассела»:

(1) $w = \{x: p(x)\}$
(2) $e \in x$
(3) $(e \in w) \& (e \notin w)$

Рассмотрим, как эта структура обнаруживается в парадоксах, сформулированных Б. Расселом и Ф. Рамсеем.

Парадокс Рассела. Будем собирать в класс *w* классы *x*, но только все те, которые имеют свойство *p*, а именно свойство быть классом, не являющимся своим собственным элементом. При образовании класса *w* возникает новый элемент *e*, который принадлежит *x*, поскольку тоже является классом. Причем в роли элемента *e* в парадоксе Рассела выступает сам образуемый класс *w*. Относительно элемента *e* оказываются истинными противоречащие друг другу положения, а именно, данный класс *e* и принадлежит классу *w*, и не принадлежит классу *w*. Предположим, что *e* принадлежит *w*, следовательно, *e* обладает свойством *p*, а именно не является своим собственным элементом. Поскольку в роли *e* выступает сам образуемый класс *w*, постольку предыдущее предложение может прочитываться следующим образом. Предположим, что *w* принадлежит себе самому, следовательно, *w* имеет свойство не принадлежать себе самому. Предположим, что *w* не принадлежит себе самому, следовательно, *w* принадлежит себе самому, поскольку класс *w* содержит в себе все возможные классы *x*, обладающие свойством *p*, а именно свойством не принадлежать себе самому. С какого бы предположения мы ни начинали рассуждение, вывод оказывается противоречащим посылке.

Парадокс Бурали-Форти. Для любого упорядоченного множества важной характеристикой выступает не только количество его элементов, но и их упорядоченность. Любой элемент упорядоченного множества может быть представлен в качестве порядкового номера – ординала, обозначаемого порядковым числом: первый, второй, третий и т.д. Если любое множество в качестве элементов может содержать также и другие множества, то любое множество может быть рассмотрено в качестве ординала того или иного упорядоченного множества. Будем собирать в упорядоченное множество w все возможные элементы x, которые обладают свойством p, а именно свойством быть ординалом. Однако само w также может быть рассмотрено в качестве одного из ординалов множества всех ординалов. (При формулировке данного парадокса интересно обратить внимание на подмену свойств «иметь ординал» и «быть ординалом». Эта подмена Г. Пристом в переводе В.В. Целищева обозначается как «трюк фон Неймана» [Прист, 2022, с. 202–203].) Таким образом, при образовании w возникает новый элемент e, который, во-первых, принадлежит x, поскольку тоже является ординалом, и, во-вторых, является самим w. Относительно этого нового элемента e оказываются истинными два противоречащих друг другу положения, а именно, e и принадлежит w, и не принадлежит w. Обоснование вывода (3) в Структуре Рассела в отношении парадокса Бурали-Форти таково. В упорядоченное множество w включены все возможные ординалы. Причем среди них в качестве последнего элемента должен существовать самый большой ординал. Но само w также может быть рассмотрено в качестве ординала множества ординалов, а значит, оно должно иметь возможность быть своим собственным элементом. В таком случае w должно иметь порядковый номер, больший на 1, нежели порядковый номер последнего элемента в w. Таким образом, w оказывается ординалом, который больше самого большого ординала, т.е. если мы предполагаем, что w принадлежит w, то отсюда следует вывод, что w не принадлежит w.

Парадокс отношения. В формулировке Ф. Рамсея данный парадокс представлен как парадокс отношения между двумя отношениями, где одно не находится в отношении самого себя к другому [Рамсей, 2011, с. 38].

Этот парадокс сложно подкрепить примерами, ибо не просто привести пример отношения, которое находится в своем собственном отношении к другому отношению. Представляется, что формулировку данного парадокса можно было бы упростить, если вместо собственного отношения некоторого отношения к другому отношению рассмотреть собственное отношение некоторого отношения к самому себе. Это уточнение будет вполне уместным, ибо у Рассела, от которого отталкивается Рамсей, речь идет о *любых* отношениях R и S [Рассел, 2006, с. 22], таким образом, S можно заменять на R, и, наоборот, R на S. Следовательно, формулировка проблемы может быть представлена в рамках лишь одного отношения R к самому себе (R в отношении R к R).

Например, логическое отношение пересечения между понятиями не находится в отношении пересечения к себе самому. А вот логическое отношение тождества между понятиями находится в отношении тождества к себе самому.

Теперь посмотрим, как в данном парадоксе представлена Структура Рассела. Образуем класс w, состоящий из отношений x, таких, которые обладают свойством *p*, сформулированным в следующем виде: «Отношение, которое не имеет собственного отношения к себе самому».

В класс *w* попадут, например, такие логические отношения между понятиями, как отношение пересечения или отношение подчинения, тогда как отношение тождества в данный класс не попадет. Однако формулировка, выражающая свойство *p* отношений *x*, образующих *w*, также обозначает и новое специфическое отношение *e* в чистом виде, т.е. без каких-либо иных свойств, кроме свойства быть отношением, не имеющим собственного отношения к себе самому. В таком случае, если *e* состоит в отношении *e* к *e*, то, поскольку *e* является таким отношением, которое не имеет собственного отношения к себе самому, то *e* не состоит в отношении *e* к *e*. Следовательно, нельзя непротиворечиво утверждать, относится ли *e* к классу *w*.

Парадокс Лжеца. Образуем класс *w*, состоящий из высказываний *x*, имеющих свойство *p*, выраженное в формулировке: «Быть высказыванием, которое не является истинным». В данный класс *w* попадут, например, такие высказывания, как «2+2=5» или «На обратной стороне Луны нет кратеров», тогда как высказывания «2+2=4» и «На обратной стороне Луны имеются кратеры» в класс *w* не попадут.

Однако при образовании класса *w* возникает новый специфический элемент *e*, выражающий свойство *p* элементов *x*, а именно свойство быть высказыванием, которое не является истинным. Формулировка данного свойства может быть трансформирована в высказывание «Это высказывание не является истинным». Высказывание *e* принадлежит *x*, поскольку является одним из высказываний наряду с теми, которые были упомянуты выше. Но когда мы пытаемся ответить на вопрос, принадлежит ли элемент *e* классу *w*, мы впадаем в противоречие, а именно, высказывание «Это высказывание не является истинным» не является истинным (т.е. принадлежит *w*) только в том случае, когда оно верно говорит о себе, что оно не является истинным, т.е. является истинным (а значит, не принадлежит *w*).

Парадокс Берри. Образуем класс *w*, состоящий из таких *x*, которые обладают свойством *p*, выраженным следующей фразой: «Наименьшее целое число, не именуемое менее чем десятью словами» (строго говоря, в оригинальном тексте Рассела речь идет о наименьшем целом числе, которое не может быть поименовано фразой, состоящей из менее чем девятнадцати слогов английского языка [Russell, 1908, p. 223]. И Рассел даже называет это конкретное число – 111777. Но привести надлежащую формулировку на русском языке, точно соответствующую примеру Рассела, конечно же, весьма затруднительно. И здесь переводчик работы Рассела [Рассел, 2006] – В.А. Суровцев – нашел оптимальное решение: он представил собственную формулировку на русском языке, сохраняя при этом саму суть парадоксальной ситуации. Очевидно, что под *x* может подразумеваться только один-единственный специфический элемент *e*, а именно наименьшее целое число, не именуемое менее чем десятью словами. Однако, когда мы пытаемся ответить на вопрос, попадает ли данный элемент *e* в класс *w*, мы приходим к противоречию. С одной стороны, *e* обладает свойством быть наименьшим целым числом, не именуемым менее чем десятью словами, а значит, попадает в *w*, с другой стороны, этот элемент *e* обозначается при помощи фразы «Наименьшее целое число, не именуемое менее чем десятью словами», которая содержит девять слов русского языка, а значит, *e* не обладает свойством *p* и, следовательно, не попадает в *w*.

Парадокс наименьшего неопределимого ординала. Г. Прист предлагает именовать данный парадокс парадоксом Кёнига [Прист, 2022, с. 215], ссылаясь на работу Юлиуса Кёнига, где он впервые был сформулирован [König, 1905]. Существуют неопределимые ординалы. Среди этих ординалов имеется наименьший. Следовательно, существует наименьший неопределимый ординал. Однако этот ординал определяется с помощью выражения «наименьший неопределимый ординал», значит, данный ординал является определимым.

В Структуру Рассела данный парадокс может быть вписан следующим образом:

x – ординалы

p – свойство быть наименьшим неопределимым ординалом

w – класс ординалов, которым присуще свойство *p*

e – наименьший неопределимый ординал

e принадлежит *x*

e и принадлежит, и не принадлежит *w*.

Парадокс Ришара. Здесь рассматривается класс десятичных дробей, которые могут быть определены за конечное число слов. Затем вводится определение такой дроби, которая не будет попадать в этот класс. Вместе с тем утверждается, что само определение такой дроби дается за конечное число слов. Отсюда делается вывод, что данная дробь и попадает в класс десятичных дробей, которые могут быть определены за конечное число слов, и не попадает.

Как пишет Рассел: «Парадокс Ришара родствен парадоксу о наименьшем неопределимом ординале» [Рассел, 2006, с. 23]. Данное родство, действительно, можно заметить, но только при том условии, если мы произведем определенную инверсию парадокса Ришара и начнем его формулировку с рассмотрения класса десятичных дробей, которые не могут быть определены за конечное число слов. Определим конкретный элемент данного класса при помощи выражения «Дробь, которая не может быть определена за конечное число слов». При этом указанное выражение, очевидно, имеет конечное число слов. Следовательно, рассматриваемая дробь и может, и не может быть определена за конечное число слов.

В такой инвертированной формулировке парадокс Ришара соответствует Структуре Рассела аналогично тому, как соответствует этой Структуре парадокс наименьшего неопределимого ординала, а именно:

x – дроби

p – свойство быть дробью, которая не определяется за конечное число слов

w – класс дробей, которым присуще свойство *p*

e – дробь, которая не определяется за конечное число слов

e принадлежит *x*

e и принадлежит, и не принадлежит *w*.

Парадокс Греллинга. Все прилагательные можно разделить на два типа – гетерологические и автологические. Гетерологическим называется такое прилагательное, которое обозначает свойство, не присущее ему самому. Например, слово «сладкое» само не является сладким. Автологическим называется такое прилагательное, которое обозначает свойство, присущее ему самому. Например, слово «русское» само русское.

Поставим вопрос относительно слова «гетерологическе». Это слово является автологическим или гетерологическим? Если оно автологическое, то ему присуще свойство, которое оно выражает, а значит, оно гетерологическое. Если оно гетерологическое, то ему не присуще свойство, которое оно выражает, а значит, оно не является гетерологическим и, как следствие, является автологическим. С какой бы посылки мы ни начинали, получаем противоречие.

Парадокс Греллинга вписывается в Структуру Рассела следующим образом. Образуем класс *w*, состоящий из прилагательных *x*, которым присуще свойство *p* – быть гетерологическим. Однако при формулировке *p* возникает новый специфический элемент *e* – слово «гетерологическое». Об элементе *e* можно однозначно сказать, что он принадлежит *x*, поскольку *e* – прилагательное. Однако об элементе *e* нельзя однозначно сказать, принадлежит он *w* или не принадлежит.

Расселовское решение парадоксов

Как уже было сказано выше, Б. Рассел называет основанием парадоксов явление самореферентности. Соответственно, решение парадоксов он видит в запрете на самореферентность, на котором и строится теория типов как основание новой логики, свободной от парадоксов.

Если посмотреть на представленную структуру парадоксов, то становится понятным, что самореферентность всегда присуща специфическому элементу *e*. Соответственно, и преодоление парадоксов, следуя мысли Рассела, должно состоять в запрете на образование данного элемента. Ниже кратко рассмотрим, как проявляется самореферентность в элементе *e* во всех обсуждаемых парадоксах и как этот элемент устраняется в каждом конкретном случае преодоления парадоксов.

В парадоксе Рассела элемент *e* содержит самореферентость, поскольку в качестве *e* выступает класс *w*, который содержит себя самого. Соответственно, преодоление парадокса состоит в запрете на образование класса *w* (т.е. запрет на образование элемента *e*).

В парадоксе Бурали-Форти элемент *e* содержит самореферентность, поскольку в качестве *e* выступает ординал множества всех ординалов, который должен сам оказаться внутри этого множества. Соответственно, преодоление парадокса состоит в объявлении бессмысленности понятия наибольшего ординала (т.е. элемент *e* не разрешается вводить в рассуждение).

В парадоксе отношения элемент *e* содержит самореферентность, поскольку здесь ставится вопрос об отношении специфического отношения к себе самому. Соответственно, преодоление парадокса состоит в том, что данный вопрос объявляется бессмысленным (т.е. элемент *e* не разрешается вводить в рассуждение).

В парадоксе Лжеца элемент *e* содержит самореферентость, поскольку представляет собой специфическое высказывание, которое говорит о себе самом. Соответственно, преодоление парадокса состоит в запрете на продуцирование такого высказывания, логический субъект которого представляет собой само это высказывание (т.е. запрет на образование элемента *e*).

В парадоксе Берри элемент *e* содержит самореферентость, поскольку является числом, которое обладает свойством S1, а также свойством S2, представляющим собой описание свойства S1. В данном случае преодоление парадокса состоит в запрете смешения свойства и его описания, представленного как свойство, в одном объекте (т.е. в запрете на образование элемента *e*, в котором смешиваются свойство и описание этого свойства).

В парадоксе наименьшего неопределимого ординала элемент *e* содержит самореферентость по той же самой причине, что и в парадоксе Берри, а именно, он является ординалом, который обладает свойством S1, а также свойством S2, представляющим собой описание свойства S1.

В парадоксе Ришара имеет место ситуация, аналогичная той, что зафиксирована в парадоксе Берри и парадоксе наименьшего неопределимого ординала.

В парадоксе Греллинга элемент *e* содержит самореферентность, поскольку он представляет собой прилагательное, которое обладает тем самым свойством, которое оно выражает. Соответственно, преодоление парадокса состоит в запрете на образование объектов, при формировании которых смешиваются понятия «выражать свойство» и «обладать свойством» (т.е. запрет на образование элемента *e*).

Необходимая причина и достаточная причина парадоксов

В терминах необходимой причины и достаточной причины рассуждает о парадоксах, например, такой современный логик, как С. Ябло [Yablo, 1993]. Под необходимой причиной наступления того или иного события (в нашем случае – события появления парадокса) будем понимать условие, без соблюдения которого событие возникнуть в принципе не может. Под достаточной причиной наступления того или иного события будем понимать условие, при соблюдении которого событие возникает. Таким образом, допустимы ситуации, в которых необходимая причина имеет место, т.е. открывается сама возможность наступления события, но достаточная причина отсутствует. Событие возможно, но реально не возникает. Если самореферентность считать необходимой причиной парадоксов, но не считать их достаточной причиной, это будет означать, что само явление самореферентности вызывает угрозу появления парадоксов, парадоксы становятся в принципе возможны в мышлении и языке, но это не означает, что они обязательно появятся. Для того чтобы появление парадоксов оказалось неминуемым, должна иметь место не только необходимая, но и достаточная причина их появления.

Б. Рассел был прав в том, что самореферентность, возникающая при образовании элемента *e* в Структуре Рассела, является универсальной причиной тех парадоксов, которые он сформулировал. Однако важно отметить, что сам по себе элемент *e* еще не приводит к парадоксальной ситуации. Зафиксированный в Структуре Рассела элемент *e* можно назвать необходимой, но недостаточной причиной возникновения почти всех рассмотренных выше парадоксов. Достаточной же причиной, точным и специфическим условием, при котором возникает парадокс, является не элемент *e*, а, скорее, то свойство *p* в Структуре Рассела, на основе которого образуется класс *w*. Посмотрим, как эта достаточная причина проявляет себя в представленных парадоксах.

Если бы мы собирали в класс *w* элементы *x*, которые обладают свойством *p*, а именно быть классом, содержащим себя в качестве собственного элемента, то даже при образовании специфического самореферентного элемента *e* у нас бы не возник парадокс Рассела. В самом деле, класс *w* в качестве нового элемента *e* в Структуре Рассела просто бы содержал самого себя как подпадающий под свойство *p*. Класс всех классов, которые содержат самих себя в качестве собственных элементов, не является парадоксальным в том же самом смысле, в каком парадоксален класс всех классов, которые не содержат себя в качестве собственных элементов. Этот общий класс *w* без какого-либо противоречия мог бы быть рассмотрен как свой собственный элемент. Таким образом, положение (3) в Структуре Рассела для класса всех классов, которые содержат себя в качестве собственных элементов, не выполняется, парадокса не возникает. Парадокс Рассела возможен только в том случае, если в свойстве *p*, по которому элементы *x* собираются в класс *w*, присутствует отрицание. Свойство *p* должно указывать на классы, которые *не* содержат себя в качестве собственных элементов. Если же такое свойство *p* отсутствует, то даже наличие самореферентного элемента *e* в Структуре Рассела не ведет к парадоксу.

Попробуем собрать в класс *w* в качестве элементов *x* отношения, которые обладают свойством *p*, а именно быть отношением, вступающим в собственное отношение к себе самому. В такой класс *w* попало бы, например, логическое отношение тождества между понятиями. Но сюда же попадает и специфическое отношение *e*, обладающее единственным свойством быть отношением, вступающим в собственное отношение к себе самому. Никакого парадокса отношения в такой ситуации не возникает. Отношение *e* вступает в отношение к себе самому, сохраняя свойство *p* – быть отношением, вступающим в собственное отношение к себе самому. Для образования парадокса отношения важнейшим условием является не самореферентный элемент *e* как таковой в Структуре Рассела, а отрицание, которое имеет место в свойстве *p*, по которому образуется класс *w*. Только если *p* представляет собой свойство отношения, *не* вступающего в собственное отношение к себе самому, возникает парадокс. Нет отрицания – нет парадокса.

В парадоксе Лжеца мы образуем класс *w* из элементов *x* на основе свойства *p*, которое также содержит отрицание. Мы собираем в класс *w* высказывания, которые *не* являются истинными. Специфический элемент *e* представляет собой высказывание «Это высказывание не является истинным». Данное высказывание оказывается парадоксальным. Однако, чтобы избежать парадокса, нам не нужно, как полагал Рассел, отказываться от самореферентного элемента *e*. Для устранения парадокса достаточно переформулировать свойство *p* таким образом, чтобы из него исчезло отрицание. Если мы будем собирать в класс *w* высказывания *x* со свойством *p* – быть высказыванием, которое является истинным, то появление самореферентного элемента *e* в качестве высказывания «Это высказывание является истинным» не ведет к парадоксу. При допущении, что высказывание «Это высказывание является истинным» истинно, не следует, что оно ложно. Это высказывание говорит об истинности самого себя, и при допущении, что оно истинно, оно только подтверждает истинность своего содержания, а именно, что оно истинно. Самореферентное высказывание есть, но никакого противоречия нет.

Попробуем переформулировать парадокс Берри, убрав отрицание из свойства *p*. В класс *w* у нас должен попасть один элемент *x* со свойством *p*, а именно наименьшее целое число, именуемое менее чем десятью словами. Этот же элемент *x* может быть рассмотрен как специфический самореферентный элемент *e*, поскольку он не только обладает свойством *p*, но одновременно и описывается фразой, которая данное свойство выражает: «Наименьшее целое число, именуемое менее, чем десятью словами». Никакого парадокса в данном случае не возникает. Фраза, описывающая свойство *p*, в данном случае сама не противоречит описываемому свойству. Наименьшее целое число, именуемое менее чем десятью словами, описывается фразой, состоящей менее, чем из десяти слов. Очевидно, что за образование парадокса Берри отвечает не самореферентный элемент *e* в качестве фразы, описывающей свойство *p*, а именно специфика самого описываемого свойства *p*. Свойство *p* должно содержать отрицание, представленное во фразе, которая это свойство описывает: «Наименьшее целое число, *не* именуемое менее чем десятью словами». И только в этом случае возникает парадокс. Дело снова не в саморферентном элементе *e*, а в свойстве *p* в той формальной структуре парадоксов, которую мы условно назвали «Структурой Рассела».

Парадокс наименьшего неопределимого ординала возникает за счет того, что в класс *w* мы должны поместить элемент, который не имеет определения. Но мы находим и помещаем в класс *w* такой элемент как раз за счет того, что даем ему определение в выражении «Наименьший неопределимый ординал». Получается противоречие: мы говорим, что данный элемент неопределим и одновременно определяем его. Этот элемент может быть рассмотрен как специфический самореферентный элемент *e*, поскольку он обладает некоторым свойством *p*, а именно быть неопределимым, но при определении этого свойства сам же описывается выражением, которое это свойство отменяет. Однако стоит нам немного изменить свойство *p*, убрав из него отрицание, и парадокс исчезнет, даже при наличии самореферентного элемента *e*: наименьший определимый ординал без какого-либо противоречия может быть описан при помощи выражения «наименьший определимый ординал».

Парадокс Ришара в целом аналогичен парадоксу наименьшего неопределимого ординала. В данном случае в класс *w* мы должны поместить дробь, которая не может быть определена за конечное число слов. Но мы сможем отыскать такой элемент класса *w* только за счет того, что дадим ему определение за конечное число слов при помощи выражения «дробь, которая не может быть определена за конечное число слов». Этот элемент *e* является самореферентным, поскольку речь идет об определяемом в нем свойстве, а также о самом определении, в котором это свойство определяется, и противоречивым, поскольку данный элемент *e* и обладает, и не обладает свойством *p*. Очевидно, что, как и в случае с парадоксом неопределимого ординала, нам не нужно избавляться от самого элемента *e*, чтобы разрешить парадокс, нам достаточно лишь немного модифицировать свойство *p*, убрав из него отрицание. Дробь, которая может быть определена за конечное число слов, вполне может получить свое определение в выражении «дробь, которая может быть определена за конечное число слов» без какого-либо противоречия.

В парадоксе Греллина мы собираем в класс *w* в качестве элементов *x* гетерологические прилагательные, т.е. те, которые обладают свойством *p*, а именно свойством *не* обладать тем свойством, которые они описывают. При этом само прилагательное «гетерологическое» представляет специфический самореферентный элемент *e* в Структуре Рассела, который оказывается парадоксальным. Невозможно без противоречия ответить на вопрос, обладает ли оно само тем свойством гетерологичности, которое описывает. Если обладает, то оно должно перестать быть гетерологическим и стать автологическим. Но если оно автологическое и обладает тем свойством, которое описывает, то оно снова должно стать гетерологическим. Однако если мы будем собирать в класс *w* автологические прилагательные и уберем из свойства *p* отрицание, то парадокс тут же исчезнет. Прилагательное «автологическое» в качестве самореферентного элемента *e* вполне может сохраниться, но никаких противоречий не возникает. Данное прилагательное само обладает свойством, которое описывает. Предполагая, что оно автологическое, мы без противоречий приходим к выводу, что оно автологическое.

И только парадокс Бурали-Форти, единственный из восьми парадоксов, рассмотренных Расселом и Рамсеем, оказывается особенным. Здесь при образовании класса *w* мы используем свойство *p*, в котором нет отрицания. В класс *w* мы помещаем элементы *x*, обладающие *положительным* свойством быть ординалом. При этом возникает специфический самореферентный элемент *e* в качестве самого класса *w*, который приводит к парадоксу. Данный парадокс мы не можем разрешить лишь за счет модификации свойства *p*. Здесь действительно, следуя мысли Рассела, необходимо устранять самореферентный элемент *e*. Самореферентный элемент *e* в данном случае оказывается необходимой и достаточной причиной возникновения парадокса Бурали-Форти.

Выводы

Проанализировав формальную структуру парадоксов, мы приходим к выводу, что расселовское решение парадоксов посредством полного устранения самореферентности является неоправданно категоричным. Самореферентность хоть и является необходимой причиной всех рассмотренных Расселом и Рамсеем классических парадоксов, но почти никогда не является их достаточной причиной. В подавляющем большинстве случаев парадокс возникает не за счет самореферентного элемента *e* как такового, а за счет специфического свойства *p*, по которому в класс *w* попадают элементы *x*, если ориентироваться на ту формальную структуру парадоксов, которую мы условно назвали «Структурой Рассела».

Вместе с тем особое положение парадокса Бурали-Форти не позволяет нам утверждать вслед, например, за Г.Х. фон Вригтом [Вригт, 1986], что при образовании парадоксов самую существенную роль играет не самореферентность, а именно отрицание. Мы не можем сказать, что отрицательная самореферентность выступает необходимой и достаточной причиной всех парадоксов.

Тем не менее выявление отрицания в качестве точной, достаточной причины подавляющего большинства рассмотренных выше парадоксов может позволить нам подойти к их решению более аккуратно, нежели это делал Б. Рассел, и сохранить возможность самореферентности в мышлении и языке в тех случаях, где она не заводит нас в тупик противоречий.

Список литературы

Вригт, 1986 – *Вригт Г.Х., фон.* Гетерологический парадокс / Пер. с англ. Г.И. Галантера // *Вригт Г.Х. фон.* Логико-философские исследования: Избранные труды. М.: Прогресс, 1986. С. 449–482.

Прист, 2022 – *Прист Г.* За пределами мысли / Пер. с англ. В.В. Целищева. М.: Канон+, 2022. 464 с.

Рамсей, 2011 – *Рамсей Ф.П.* Основания математики / Пер. с англ. В.А. Суровцева // *Рамсей Ф.П.* Философские работы. М.: Канон+, 2011. С. 16–56.

Рассел, 2006 – *Рассел Б.* Математическая логика, основанная на теории типов / Пер. с англ. В.А. Суровцева // Логика, онтология, язык. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2006. С. 16–62.

References

Gupta, 1982 – Gupta, A. "Truth and Paradox", *Journal of Philosophical Logic*, 1982, vol. 11, pp. 1–60.

König, 1905 – König, J. "Über die Grundlagen der Mengenlehre und das Kontinuumproblem" [On the Foundation of Set Theory and the Continuum Problem], *Mathematische Annalen*, 1905, vol. 61, no. 1, pp. 156–160.

Ladov, V. "Wittgenstein's Tractatus Logico-Philosophicus and a Hierarchical Approach to Solving Logical Paradoxes", *Filosofija. Sociologija*, 2019, vol. 30, no. 1, pp. 36–43.

Priest, 1994 – Priest, G. "The Structure of the Paradoxes of Self-Reference", *Mind*, 1994, vol. 103, no. 409, pp. 25–34.

Priest, G. *Za predelami mysli* [Beyond the Limit of Thought], trans. by V.V. Tselishchev. Moscow: Kanon+, 2022, 464 pp. (Trans. into Russian)

Ramsey, F.P. "Osnovaniya matematiki" [The Foundation of Mathematics], trans. by V.A. Surovtsev, in: Ramsey, F.P. *Filosofskie raboty* [Philosophical Papers]. Moscow: Kanon+, 2011, pp. 16–56. (In Russian)

Russell, 1908 – Russell, B. "Mathematical Logic as Based on the Theory of Types", *American Journal of Mathematics*, 1908, vol. 30, no. 3, pp. 222–262.

Russell, B. "Matematicheskaya logika, osnovannaya na teorii tipov" [Mathematical Logic as Based on the Theory of Types], trans. by V.A. Surovtsev, in: Surovtsev, V.A. (ed.) *Logika, ontologiya, yazyk* [Logic, Ontology, Language]. Tomsk: Tomsk University Press, 2006, pp. 16–62. (In Russian)

Wormell, 1958 – Wormell, C.P. "On the Paradoxes of Self-Reference", *Mind*, 1958, vol. 67, no. 266, pp. 267–271.

Wright, G.H. von. "Geterologicheskij paradoks" [The Heterological Paradox], trans. by G.I. Galanter, in: G.I. Ruzavin, V.A. Smirnov (eds.) *Logiko-filosofskie issledovaniya: Izbrannye trudy* [Logical and Philosophical Studies: Selected Works]. Moscow: Progress, 1986, pp. 449–482.

Yablo, 1993 – Yablo, S. "Paradox without Self-reference", *Analysis*, 1993, vol. 53, no. 4, pp. 251–252.