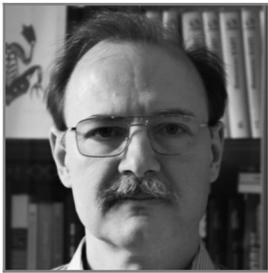


КУН, ЛАКАТОС И ИСТОРИЧЕСКИЙ ПОВОРОТ В ФИЛОСОФИИ МАТЕМАТИКИ

Шапошников Владислав Алексеевич – кандидат философских наук, доцент. Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова. Российская Федерация, 119991, ГСП-1, Москва, Ломоносовский проспект, д. 27, корп. 4; e-mail: shaposhnikov@philos.msu.ru



Статья посвящена обсуждению некоторых идей Куна и Лакатоса, связанных с так называемым «историческим поворотом» и возможностью его переноса на область философии математики. В первой части уточняется значение термина «постпозитивизм» без чего представляется невозможным предметный разговор о философии науки «после постпозитивизма». Для этого используется метафора «поколений» в философии науки. Предлагается ограничить применение термина «постпозитивизм» двумя философскими «поколениями»: тем, к которому принадлежали Кун, Лакатос и Фейерабенд, и предшествующим «поколением», к которому принадлежали Витгенштейн, Полани, Поппер и Куайн, а также большинство представителей логического позитивизма. С этой точки зрения, такие философы как Блур, Латур, Пикеринг, Дагстон и Галисон принадлежат уже «к третьему поколению», которое как раз и представляет собой философию науки «после постпозитивизма». Главная особенность постпозитивизма состоит в комбинации значительного влияния со стороны логического позитивизма и радикальной его критики. Такая комбинация неизбежно делает постпозитивизм явлением переходным. Во второй части статьи анализируется вклад «большой четверки» постпозитивистских философов (Поппера, Куна, Лакатоса и Фейерабенда) в изменение философии математики во второй половине XX в. «Большая четверка» способствовала решительному переключению философского внимания с логического анализа формальных систем на историческую динамику неформальной математики, а также пересмотру установки логического позитивизма на жесткое противопоставление математики и наук физических. Однако переходный характер их философии проявляет себя, как в их трактовке математики, так и в их понимании истории. С одной стороны, их позиции в области философии математики слишком часто сохраняют двусмысленность, но с другой, – открывают возможность нового видения. Ни Кун, ни Лакатос не устранили полностью методологический барьер, полагающий принципиальную разноприродность математики и естествознания. Ни Лакатос, ни Кун не занимали позицию бескомпромиссного историзма. Однако именно их работы сделали соответствующие опции возможными для современных историков и философов науки, и даже для философов математики.

Ключевые слова: постпозитивизм, историзм, философия математики, Кун, Лакатос, Поппер, Фейерабенд



KUHN, LAKATOS, AND THE HISTORICAL TURN IN THE PHILOSOPHY OF MATHEMATICS

Vladislav A. Shaposhnikov –
CSc in Philosophy, Associate
Professor.
Lomonosov Moscow State
University.
27/4 Lomonosovsky Av.,
Moscow, GSP-1, 119991,
Russian Federation.
e-mail: shaposhnikov@
philos.msu.ru

The paper deals with Kuhn's and Lakatos's ideas related to the so-called "historical turn" and its application to the philosophy of mathematics. In the first part the meaning of the term "post-positivism" is specified. If we lack such a specification we can hardly discuss the philosophy of science that comes "after post-positivism". With this end in view, the metaphor of "generations" in the philosophy of science is used. It is proposed that we restrict the use of the term "post-positivism" to two and only two philosophical "generations": the one to which Kuhn, Lakatos and Feyerabend belong, and the previous "generation" to which Wittgenstein, Polanyi, Popper and Quine (as well as the major part of logical positivists) belong. From this point of view, Bloor, Latour, Pickering, Daston and Galison belong to the "third generation" which represents the philosophy of science "after post-positivism". The characteristic feature of post-positivism is the combination of decisive impact of logical positivism and its severe criticism. This combination inevitably makes post-positivism a transitional form in the philosophy of science. In the second part the contribution of the "big four" of post-positivist philosophers (Popper, Kuhn, Lakatos, and Feyerabend) to the radical change in the philosophy of mathematics in the second half of the 20th century is analyzed. Primarily, they shifted philosophical interest from the logical analysis of formal systems to the historical dynamics of informal mathematics. They also reconsidered the sharp opposition between mathematics and the physical sciences. However, the transitional character of their philosophy manifests itself both in their treatment of mathematics and their way of understanding history. On the one hand, their "heritage" is ambiguous, on the other hand, it opens new perspectives. Neither Kuhn, nor Lakatos, have eliminated completely the methodological barrier positing the fundamental heterogeneity of mathematics and natural science. Neither Lakatos, nor Kuhn, adhered to the viewpoint of relentless historicism. Nevertheless, it is their work that has made these options open for today's historians and philosophers of science, even for philosophers of mathematics.

Keywords: post-positivism, historicism, philosophy of mathematics, Kuhn, Lakatos, Popper, Feyerabend



“...even though we slay our intellectual parents,
we cannot help but inherit from them...”

Stephen Toulmin

Что такое «постпозитивизм»?

Томас Кун и Имре Лакатос считаются центральными фигурами постпозитивизма. Вместе с Карлом Поппером и Паулем Фейерабендом они образуют «большую четверку (the big four)» в философии науки XX в. Начнем с наивного вопроса: что именно означает слово «постпозитивизм»? Этот термин вошел в употребление в 1970-е гг., в том числе в России, и продолжает пользоваться популярностью. Мы настолько привыкли к нему, что не часто обращаем внимание на связанные с ним неясности. Например, большинство российских авторов убеждено в том, что Карл Поппер и его ортодоксальные последователи принадлежат к постпозитивизму [Порус, 2010], в то время как англоязычные авторы, как правило, не включают их в это понятие, сохраняя за попперианцами особое место. Следует ли относить к постпозитивизму Куайна? А Патнэма, Дэвидсона или Сэлларса? А позднего Витгенштейна? А Полани или Флека? А Лаудана? Нам нужен какой-то внятный критерий. Кроме того, для того, чтобы говорить о философии науки «после постпозитивизма» желательно договориться о том, когда же и в каком смысле постпозитивизм «заканчивается». Но и здесь нет однозначности: ряд авторов полагает, что постпозитивизм завершился в 1970-е гг., а последней его крупной фигурой был Фейерабенд; другие же относят к постпозитивизму также работы Латура, да и весь проект STS [Zammito, 2004]. Может быть «постпозитивизм» это просто всё, что «после» позитивизма, т.е. у него есть начало, но нет окончания? Джон Заммито утверждает, что постпозитивизм «был и остается преимущественно (preponderantly) аналитическим, а следовательно, англо-американским предприятием, хотя его истоки и должно возводить к Венскому кружку» [Ibid., p. 3]. Как при этом быть с тем, что тот же Латур принадлежит континентальной (а именно французской) традиции, в которой также были свои «антипозитивистские» настроения? Следует ли, например, включать в «постпозитивизм» Фуко? А может тогда уж и Г. Башляра, Ж. Кангилема и А. Койре? Так, подход к истории науки Койре, по всей видимости, оказал весьма существенное влияние на Томаса Куна, а Брендан Ларвор завершает свою книгу о Лакатосе характеристикой последнего как «интеллектуального двоюродного брата» французского философа математики Ж. Кавайеса, а также уже названных Башляра, Кангилема и Фуко [Larvor, 1998, pp. 107–110].



Хочется отметить, что термин «постпозитивизм», пользующийся такой широкой популярностью в российской традиции, сравнительно редко употребляется в англоязычной философии науки. Кроме того, в ряде случаев употребление его оказывается неспецифичным: речь идет просто о философии науки, *пришедшей на смену* логическому позитивизму и логическому эмпиризму. Многие ключевые авторы вообще не используют этот термин. Вместо этого говорят, например, об «антипозитивизме» [Pickering, 1995; Galison, 2008], а еще чаще об «историческом» [Bird, 2014/2008; Nickles, 2017] или «историко-прагматическом повороте» [Stadler, 2007, pp. 578, 635–636]. Иногда в исторический поворот (не без некоторого насилия над самой его идеей) включают даже позднего Поппера [Aliseda & Gillies, 2007, pp. 438–440]. Впрочем, вопрос о тождественности понятий «постпозитивизма» и «историко-прагматического поворота» остается открытым.

Несмотря на царящую в обсуждаемом вопросе путаницу, можно попытаться «спасти» (в целом не слишком удачный) термин «постпозитивизм». Представляется уместным ограничить применение этого термина философами, *испытывшими значительное влияние логического эмпиризма и строившими собственные подходы на радикальной его критике*. Их обычно характеризует как решительное отрицание ряда ключевых положений логического эмпиризма, так и (не всегда явное для них самих) совпадение во взглядах и установках с логическим эмпиризмом по многим другим пунктам. В любом случае, не будучи представителями неопозитивизма (или каких-либо других форм позитивизма), постпозитивисты остаются существенным образом *зависимы* от проблематики и установок логического эмпиризма. Как удачно заметил Хакинг, «если два философа занимают противоположные позиции по полудюжине пунктов, мы можем быть точно уверены, что в действительности они согласны друг с другом почти во всем» [Hacking, 1983, p. 5]. Хакинг говорит здесь о Карнапе и Поппере, полагая при этом, что отличия Куна от этих двоих куда радикальнее. Однако, в расширительном смысле, слова Хакинга применимы и к оппозиции «неопозитивизм – постпозитивизм» в целом.

Суть постпозитивизма в том, что он явление переходное. Постпозитивизм завершается, когда ему на смену приходят философы науки, чье мышление не определяется больше названной оппозицией, и которые могут свободно и осознанно черпать идеи как у логических позитивистов, так и у их оппонентов. Это те, кто образуют, по выражению Вернера Кальбо, «третье поколение» в современной философии науки [Callebaut, 1993, p. 11].



Метафора «поколений»

Сославшись на слова Стивена Тулмина [Toulmin, 1969, pp. 50–51], которые взяты выше в качестве эпиграфа, американский философ биологии Линдли Дарден (1945)¹ продолжает: «некоторые из нас, кто начал свою философскую карьеру после 1968 г., смотрят на позитивистов как на дедушек и бабушек (grandparents), от которых их отделяет поколение куновских и фейерабендовских крайностей (excesses)» [Darden, 1976, p. 242].

Эта метафора поколений может быть достаточно полезной для прояснения ситуации с постпозитивизмом. Для начала заметим, что ключевые фигуры постпозитивистского движения – ровесники: Т. Кун, И. Лакатос и С. Тулмин родились в 1922 г., а Н.Р. Хэнсон и П. Фейерабенд в 1924 г. Они начали свое образование во время второй мировой войны и завершали его вскоре после нее. Наряду с неопозитивистским фоном, для них решающим было воздействие одной или нескольких из фигур, представлявших антипозитивистский настрой в предыдущем («эмигрантском») поколении. Речь идет об ученых и философах, родившихся на рубеже веков (примерно плюс минус десять лет). Для Тулмина и Хэнсона такой фигурой был поздний Витгенштейн (1889), для Лакатоса – Д. Пойя (1887) и К. Поппер (1902), для Фейерабенда – Витгенштейн и Поппер, для Куна – Куайн (1908), Полани (1891), Л. Флек (1896), а возможно, и поздний Витгенштейн. Эти антипозитивистски настроенные авторы начали публиковать свои взгляды еще в 1930-е и 1940-е гг., но главное значение получили их выступления и работы, опубликованные в 1950-е гг. *В постпозитивизме, при таком его понимании, оказывается как бы два «слоя»: на поверхности мы видим представителей второго поколения, но за ними обнаруживаются оппозиционеры из первого поколения*².

Исследователи, родившиеся в 1940-е и 1950-е гг., принадлежат уже к следующему «философскому поколению», *третьему* в нумерации Кальбо (первое – «позитивистское»³, второе – «постпозитивистское»). В шестидесятые годы они еще только получают образование,

¹ Здесь и далее, если после имени указан в круглых скобках год, то это *год рождения*, который позволяет определить, к какому «поколению» имярек принадлежит.

² Следует ли трактовать «постпозитивизм» как сугубо англо-американское явление с немецкоязычными корнями? Особый интерес представляет вопрос об отношении «постпозитивизма» к французской традиции [Schmaus & Rey, 2021; Brenner, 2014]. Исследователи отмечают множество сходств и интересных параллелей, но распространять термин «постпозитивизм» на французскую традицию исторической эпистемологии остается не принятым.

³ «Философское поколение» это, конечно же, метафора. Например, движение логического позитивизма включало в себя представителей трех поколений в социологическом смысле этого слова.



а воздействовать на интеллектуальную атмосферу начинают в 1970-е и 1980-е гг. Для них постпозитивистская революция уже свершившийся факт, к которому, как и к наследию неопозитивизма они имеют возможность отнестись более отстраненно. Именно сюда относятся центральные фигуры Эдинбургской школы, такие как Д. Блур (1942), Б. Барнс (1943), С. Шейпин (1943) и Д. Маккензи (1950), а также Батской школы, такие как Г. Коллинз (1943) и Т. Пинч (1952). К этому же поколению относятся Т. Никлз (1943), К. Кнорр-Цетина (1944), Д. Харауэй (1944), Х. Лонджино (1944), Н. Картрайт (1944), Б. Латур (1947), Э. Пикеринг (1948), Л. Дастон (1951), П. Галисон (1955), С. Шеффер (1955). Сюда же относятся М. Рьюз (1940), Л. Лаудан (1941), Б. ван Фраассен (1941), Ф. Китчер (1947) и др. К условному «третьему поколению» можно также отнести и тех, кто немного старше: например, Я. Хакинга (1936) и Р. Гири (1938).

В «революционные» 1960-е гг. были решительно провозглашены те идеи, которые постепенно вызревали начиная, по крайней мере, с 1930-х гг. Как Кун, так и Лакатос оказались на гребне этой волны. Причем жесткая оппозиция логическому эмпиризму была скорее «политическим» лозунгом, чем глубинной реальностью. На настоящий момент опубликовано заметное количество исследований, показывающих, что «постпозитивистские» идеи постепенно формировались в недрах самого логического эмпиризма. Преодоление крайностей последнего в таком случае предстает не столько решительным действием, предпринятым извне, сколько результатом внутреннего развития [Stadler, 2007, pp. 635–636]. Особую роль в этом процессе играли такие фигуры как О. Нейрат, Ф. Франк и Г. Фейгл.

Тенденция на сближение истории и философии науки явилась характерным настроением 1960-х гг. и оппозиция между представителями логического эмпиризма и историзма была в этом отношении не столь ярко выражена, как принято думать. Даже Карнап, который считается стандартной мишенью постпозитивистской критики, не был исключен из этого процесса. Книга Куна получила положительную оценку Карнапа, о чем свидетельствуют письма последнего. Джордж Райш (и другие исследователи после него) обращают также внимание на явственное сходство теории «каркасов», которую Карнап развивал в 1950-е гг., и концепции «парадигм» Куна [Reisch, 1991], находят и множество более тонких параллелей между их взглядами. Кун не случайно пишет и публикует свою знаменитую книгу по приглашению логических позитивистов и в издаваемой ими книжной серии. В самом позитивистском лагере в эти годы наметился интерес к историческому и социологическому измерениям науки, а, возможно, он был и раньше [Nemeth, 2007]. Однако Кун, в отличие от Карнапа и других логических эмпириков, решительно вводил «историческую картину науки» или «исторически ориентированную философию науки»: он не просто дополнял и обогащал



логику науки ее социологией и историей, он настаивал на необходимости *подчинять* первую двум последним. Важно учитывать следующее: историзм историзму рознь. В каждом из трех названных выше «поколений» философов науки историзм присутствовал, но понимался по-разному.

Постпозитивизм и философия математики: от Поппера к Лакатосу

В дальнейшем речь пойдет об отношении центральных фигур постпозитивизма к математике, с одной стороны, и о месте постпозитивизма в истории философии математики в XX в., с другой. Обращение именно к *математике*, а не к какой-либо иной научной области оправдано, в данном случае, тем, что ее особый статус был важнейшим «открытием» неопозитивизма, который настаивал, что «преодолел» наивный эмпиризм в отношении математики, классическим образом представленный у Дж.Ст. Милля в «Системе логики» (1843, 8-е изд. 1872).

С точки зрения логического позитивизма математика принципиально отличается от физики и естественных наук вообще. Математика (в союзе с логикой) – это *формальные науки*, а естественные и социальные науки – это науки *фактуальные*. Свою знаменитую строгость и непроверяемость математика приобретает только благодаря тому, что она четко отделена от знаний о реальном мире: она ничего не утверждает и не отрицает в отношении этого мира. Логические позитивисты столь же четко различали полностью формальные («неинтерпретированные») теории чистой математики и применение соответствующих формализмов в естествознании (происходящее посредством интерпретации базовых понятий).

Постпозитивистская философия в первую очередь претендовала на революцию в понимании *физических наук*, а не математики или логики. Из «большой четверки» (Поппер, Кун, Лакатос и Фейерабенд) только Лакатос специально занимался вопросами философии математики.

Поппер эпохи “Logik der Forschung“ (1933–1934) в значительной степени разделял неопозитивистскую интерпретацию математики. Его критерий демаркации был призван четко отделить эмпирические науки не только от метафизики, но также от логики и математики [Popper, 1992, pp. 34, 314]. Спустя два десятилетия (доклад 1952 г.), – в контексте полемики с Витгенштейном и отталкиваясь от своей старой мысли о том, что метафизика не бессмысленна, если посмотреть на нее в исторической перспективе как на источник научных идей, – Поппер подчеркивает важность для развития науки *проблем*,



а не окончательных решений. С этой точки зрения математический анализ, например, обладал с самого начала и обладает до сих пор огромной научной ценностью, несмотря на до конца не разрешенные проблемы в его основаниях и наличие потенциальных противоречий [Popper, 1991, pp. 70–71]. Более того, в этом контексте и на фоне развиваемой разными авторами с конца 1940-х гг. критики жесткой дихотомии аналитических и синтетических суждений, Поппер ставит вопрос о самой возможности однозначно идентифицировать ту или иную проблему в истории науки как физическую, математическую или философскую, что также делает проблематичной и возможность провести жесткое разграничение между названными дисциплинами. Причина в том, что во всех таких случаях мы не имеем дела с полностью формализованными языками [Ibid., pp. 73–75]. Не только на естествознание, но и на математику Поппер теперь смотрит как на смелые спекуляции, вызванные к жизни конкретной проблемной ситуацией, что делает возможным (в обоих случаях) рациональную критику успешности предложенных решений. Правда, Поппер все еще убежден (радиобеседа 1958 г.), что в случае математики (и только в случае математики!) процедура критического анализа предложенных решений «в общем случае *конечна*», поскольку «избежавшие обнаружения ошибочные доказательства встречаются редко» [Ibid., p. 197]. Когда Лакатос предложил (в конце 1950-х – начале 1960-х гг.) свой анализ того, как попперовский метод смелых проб и решительного устранения ошибок работает в сфере неформальной математики (причем устранив понятие окончательного доказательства и распространив на математику фаллибилистскую установку) Поппер приветствовал его работу [Popper, 1979, p. 136].

Во второй половине этого «революционного» десятилетия Поппер сформулировал свою концепцию объективности научного знания в терминах «третьего мира». Математические объекты и теории оказались при этом, с одной стороны, человеческими творениями, но, с другой, получили «автономию» от своего создателя. Причем именно математические объективные проблемные ситуации и теории оказались у Поппера парадигматическим примером обитателей третьего мира [Ibid., pp. 106–152]. Поппер, как и логические позитивисты, хотел предельно четко отделить логику научного исследования от психологии научного открытия. Первая универсальна и *внеисторична*, вторая – субъективна, а тем самым уникально-ситуативна и *исторична*. Теория «автономии» третьего мира красноречиво свидетельствует, что поздний Поппер был не просто верен своим центральным ранним идеям, но и, в этом отношении, остался приемником Г. Райхенбаха и логического эмпиризма. «Автономия» в понимании Поппера на деле означает *почти полное* освобождение от «тисков» истории: его концепция третьего мира, конечно, включает в себя *динамику*, но это скорее абстрактная динамика универсального



разума, чем алогичная изменчивость, царящая в реальной человеческой истории. Чтобы убедиться в этом, достаточно проанализировать знаменитые попперовские мысленные эксперименты с библиотеками, особенно третий из них, полностью отрывающий третий мир от человеческой истории [Popper, 1979, pp. 115–116]. Лакатос способствовал более решительному сближению математического третьего мира с первыми двумя, хотя сохранение *разрыва* между ними остается принципиально важным и для него.

Постпозитивизм и философия математики: от Лакатоса к Куна

Основным проводником влияния идей Куна на философию математики был спор о революциях в математике, который начался в 1974 г. с полемики между известными американскими историками науки Майклом Кроу (1936) и Джозефом Даубеном (1944)⁴. Первый из них утверждал, что в математике революций нет и быть не может, поскольку здесь никогда не происходит отбрасывания ранее полученных и доказанных результатов, второй же возражал ему, что хотя результаты и не отбрасываются, но сам способ математического мышления радикальным образом изменяется, а что это, как не революция? В дальнейшем к спору присоединились многие другие. Попытку подвести определенный итог предпринял ученик Лакатоса Дональд Джиллис (1944), под редакцией которого в 1992 г. вышла книга «Революции в математике».

Если говорить о результатах названного спора в долгосрочной перспективе, то они выглядят несколько двусмысленно: победа в споре *номинально* осталась за Даубеном, т.к. большинство участников полемики (включая и самого Кроу) в итоге признали наличие революций в математике; однако *реально* победу одержал, скорее Кроу, т.к. большинство авторов по-прежнему не ставит под сомнение отсутствие в истории математики отбрасывания ранее доказанных теорем, а, следовательно, кумулятивность ее развития, по крайней мере, в этом аспекте. Другими словами, наличие революций в математике было большинством признано, но это революции не в куновском смысле. Наибольшей популярностью пользуется идея выделения в математике двух уровней: на одном из них она сохраняет строгую кумулятивность, а на другом в ней происходят революции. Такой подход, очевидным образом, представляет собой *компромисс*, который позволяет как отдать дань широкой популярности идей Куна, так и сохранить традиционное представление

⁴ Подробное обсуждение этого спора см. в статьях [Шапошников, 2019; 2020а].



о неизменном и универсальном характере математических истин. Справедливая критика попытки выделить в математике кумулятивно расширяющееся «ядро», которая объединяет позицию Кроу со взглядами таких более молодых историков, как Лео Корри (1956), была высказана еще в самом начале спора немецким историком науки Гербертом Мертенсом (1946): любая попытка эффективно отделить неизменное «содержание» математических результатов (их, так сказать, «сущность») от исторически изменяющейся «формы» их представления неизбежно обречена на провал.

Кун знал о споре, поскольку обсуждал этот вопрос с Кроу, однако предпочел публично никак своей позиции не обозначать. Более того, когда в ходе подготовки упомянутой выше книги Джиллис обратился к Куну с просьбой написать к ней предисловие, Кун отказался, сославшись на свою некомпетентность в вопросах философии математики. Последнее, впрочем, не означает, что у нас нет никаких оснований для установления позиции Куна по вопросу о революциях в математике⁵. Интересно, что читатели «Структуры научных революций» выносили из разрозненных упоминаний математики в ее тексте диаметрально противоположные представления о том, считал ли ее автор возможным применять основные ее тезисы к сфере математики или нет. Последнее объясняется, на мой взгляд, тем, что позиция самого Куна по этому вопросу на момент написания «Структуры» не была четко определена, возможно он так и не пришел к удовлетворявшему его решению и ко времени, когда весной 1990 г. ответил отказом на предложение Джиллиса.

Уже анализ упоминаний математики в «Структуре» говорит о том, что Кун различает *формальную* математику (которая фигурирует в паре с логикой) и которую он понимает вполне в духе логических позитивистов) и *неформальную* математику (которая, в отличие от логических позитивистов, понимается им не столько как физическая интерпретация логико-математического формализма, поставленная на службу естествознания, сколько как органическая часть последнего). К формальной математике, полагает он, его концепция научных революций неприменима, а вот к неформальной – очень даже применима. Главная проблема этой позиции в том, что сама возможность рассматривать формальную математику как нечто существующее автономно по отношению к математике неформальной вызывает большие сомнения, особенно если мы видим математику в исторической, а не логико-методологической, перспективе.

Мне хочется думать, что Кун постепенно отходил от жесткой оппозиции (полученной им в наследство от логических эмпириков) формальной и неформальной математики, которая еще вполне внятно обнаруживает себя в «Структуре». В качестве возможных аргументов

⁵ Подробности см. в статье [Шапошников, 2020b].



в пользу такого взгляда сошлюсь на *два*. *Первый* из них строится на положительной оценке Куном подхода к математике, который был развит Лакатосом в «Доказательствах и опровержениях» (интересно заметить, что такая положительная оценка объединяет его с его оппонентом, Поппером). Ведь именно Лакатос настаивал на решительном переносе внимания с формализмов на *неформальную* (inhaltliche, т.е. «содержательную»; live, т.е. «живую») математику. Математические формализмы это не столько особый (современный) вид математики, способный к самостоятельному существованию и развитию, который окончательно сменил «неформальную» математику былых времен, сколько «абстракция математики (abstraction of mathematics)» [Lakatos, 1963, pp. 2, 5]. Заметим также, что именно Лакатос одним из первых стал уверенно применять термин «революция» к историческому развитию математики.

Второй аргумент в пользу отхода Куна от жесткой оппозиции формальной и неформальной математики можно извлечь из его статьи «Математическая versus экспериментальная традиции в развитии физической науки», которая относится уже к 1970-м гг. [Kuhn, 1977, pp. 31–65; Шапошников, 2020b, с. 30–34] В этой статье Кун, в определенном смысле, идет дальше Лакатоса. Здесь Кун отчетливо формулирует *тезис об историческом единстве неформальной математики и естествознания*. Вплоть до XIX в. математика была частью естествознания. «Чистая» математика, с одной стороны, и физика (состоящая из теоретической и экспериментальной частей, и включающая в себя, наряду с механикой, термодинамику, электродинамику и оптику), с другой, – приобретение совсем недавнего времени. Кун, по сути, намечает в этой статье особый аспект научных революций, который напрямую затрагивает математику (здесь уже предчувствуется переход от языка «парадигм» к языку «лексиконов» и «таксономий», характерному для позднего Куна). Речь идет о революции, *состоящей в радикальном изменении самой системы научных дисциплин*: меняются их понимание, границы, число и характер соотношения между собой. При этом то, что называют словом «математика» *до* такой революции и *после* нее, может фундаментальным образом различаться. Например, того, что сейчас принято называть «формальной математикой» вообще не существовало до XIX в. Да и во второй половине XIX – первой половине XX в. надо внимательно смотреть *каким именно способом* эта «формальная математика» соотносится с другими областями как математики (например, прикладной математикой), так и науки в целом (например, физикой, астрономией, биологией и т.д.). На следующем шаге сюда следует добавить и другие области человеческой культуры (например, технику, производство, различные социальные факторы, политику, религию и т.д.). Причем здесь обобщающие фантазии желательно опирать на добросовестную работу историков



с доступными нам свидетельствами. Кун не просто переключает внимание с формализованной математики на неформальную (как Лакатос), но говорит о принципиальной необходимости учитывать взаимосвязи этой неформальной математики с другими областями человеческой деятельности. Без учета всей системы этих взаимосвязей, – Кун называет это «структурной картой (a structural map)» [Kuhn, 1977, p. 34], – мы рискуем существенно исказить представления о математике и ее частях в конкретном месте на земном шаре и в конкретный момент исторического времени.

Постпозитивизм и философия математики: Фейерабенд против Поппера

Если Кун (в указанном выше смысле) идет дальше Лакатоса, то Фейерабенд идет дальше их обоих. Упоминания Фейерабендом математики редки, но заслуживают внимания. Он, так же, как и Кун, был сориентирован преимущественно на физику, но не мог обсуждать последнюю без определенной рефлексии и по поводу математики. Так же как Кун и Поппер, он высоко ценил книгу Лакатоса «Доказательства и опровержения», полагая, что своими достоинствами она обязана не столько попперианству, сколько диалектическому подходу, заимствованному из гегельянской и марксистской традиций.

Фейерабенд особо выделяет понятие «исторических традиций», которое он наравне применяет как к естествознанию, так и к математике. Эти исторические традиции, говорит он, изучают «посредством погружения в них (by immersion)», а не с помощью изучения формальных моделей или следования абстрактным правилам [Feuerabend, 1981, p. 6]. Здесь нужны специфическая интуиция и особый такт, которые приобретаются только через приобщение к соответствующей традиции [Ibid., pp. 11–12]. Последнее не означает, что абстракции не нужны или не используются в науке; однако абстрактные понятия и процедуры могут успешно использоваться лишь «интуитивным способом, который часто находится в конфликте с их абстрактным определением» [Ibid., p. 11].

Более подробно Фейерабенд развертывает свои взгляды на математику в контексте полемики с Поппером, представленной в обширной рецензии 1974 г. на книгу «Объективное знание» [Ibid., pp. 177–191].

Основной тезис Фейерабенда, в рамках аргументации в поддержку которого он специально обсуждает математику, состоит в том, что попперовские аргументы в пользу автономности третьего мира не убедительны. Сам Фейерабенд полагает, что попперовский «мир 3» это



просто часть физического мира («мира 1» в терминологии Поппера), а поскольку только отношение к автономному «миру 3» дает основание для выделения ментальных состояний человека в качестве самостоятельного мира («мира 2»), то в итоге от трех миров Поппера остается только один мир, и это мир физический. Фейерабенд весьма невысокого мнения о традиционной философии математики, и подход Поппера, с его точки зрения, не указывает путь к исправлению ситуации [Feuerabend, 1981, p. 178].

Фейерабенд высмеивает попперовские мысленные эксперименты с библиотеками в качестве аргумента в поддержку «автономии третьего мира». Автономия здесь сводится, согласно Фейерабенду, к тому, что «любой объект, который обладает способностью заставлять организмы действовать определенным образом, тем самым демонстрирует свою автономию в качестве объекта третьего мира». Однако такой взгляд не позволяет решающим образом отличить объекты третьего мира от объектов первого: «каждый объект обладает (либо реализованной, либо нет) способностью заставлять либо человека, либо иной организм действовать определенным образом. Птицы сидят на камнях, старых башмаках, деревьях, человек читает волю богов в чайной заварке, в звездах, в узорах на песке» [Ibid., pp. 174–175].

С точки зрения Фейерабенда, Поппер неоправданно обедняет физический мир. Артефакты (созданные человеком предметы и процессы) – это все еще части физического мира. С натуралистической точки зрения у нас нет никаких оснований *изымать* человека и его творения из физической вселенной, придавая тем самым именно ему, и только ему, уникальный статус во всем мироздании, как существу не полностью принадлежащему миру природы. Абстракции – это аспекты, свойства объектов и процессов физического мира, а, следовательно, принадлежат все к тому же физическому миру. Распространенная ошибка состоит в том, что естественная неполнота любой абстракции принимается за ее «неотмирность (otherworldliness)» [Ibid., pp. 186, 188]. Математические абстракции – не исключение.

Высокоабстрактное «число» чистой математики связано рядом вполне прослеживаемых и естественных переходов с предельно конкретными и материально воплощенными практиками счета. Он апеллирует к позднему Витгенштейну, подчеркивая неизбежную «материальную воплощенность, проявленность знания (the material manifestations of knowledge)» [Ibid., p. 185]. Фейерабенд решительно критикует «менталистов», таких как Фреге и Гуссерль, которые роковым образом недооценивают *физическую часть* арифметических законов, «ту роль, которую играют индивидуальные зарубки, стены, кости и т.д.» [Ibid., p. 186] (Фейерабенд намекает на древнейшие арифметические артефакты, обнаруживаемые археологами).

В намеченном контексте становятся понятны, на первый взгляд, парадоксальные слова Фейерабенда о *чистой математике* (причем,



слово «чистая» он каждый раз берет в кавычки). По поводу введения самого термина «чистая математика» он замечает: «тем самым путаница получает имя, но не устраняется» [Feyerabend, 1981, p. 186].

Фейерабенд предлагает рассмотреть в качестве модельного примера какой-нибудь элементарный арифметический закон, например, коммутативность сложения натуральных чисел. Исходная его формулировка в сфере практики счета чисто физическая: если перед нами две кучки яблок и мы хотим узнать, сколько яблок всего в двух кучках, то нам все равно с какой из кучек начать пересчет, итоговый результат будет в обоих случаях один и тот же. Если мы попытаемся *обобщить* это правило, утверждая, что закон верен для *любой* пары куч, независимо от их размера и природы образующих их объектов, стремясь оторвать его от физики и перенести в область «чистой» математики, то обнаружим, что такое обобщение заведомо ложно. Сохранить истинность этого и других подобных математических положений удастся лишь за счет использования многочисленных «*ad hoc* подгонок (adaptations)», обеспечивающих правильное их применение. Из чего Фейерабенд заключает: «“Чистая” математика – это эмпирическая математика, защищенная посредством сложной системы *ad hoc* приемов (moves)» [Ibid., p. 185]. Далее у него следует отсылка к «Доказательствам и опровержениям» Лакатоса.

Несмотря на элементарный характер рассуждений (что их автор прекрасно понимает) и постоянные ссылки на Лакатоса, позиция Фейерабенда интересна с точки зрения обнаруживаемых ею *тенденций*. Вроде бы спорит он с Поппером, а в лице Лакатоса видит своего союзника, однако его позиция существенно отличается от лакатосовской. Лакатос, в противоположность Фейерабенду, не утверждает принципиальное единство математики и физики, основанное на том, что обе они являются науками о физическом мире, но лишь сходство в способе развития неформальной математики и естествознания посредством попперовского механизма корректировки проблем, выдвижения смелых гипотез и устранения ошибок путем решительной их критики. Однако математика никогда не становится для Лакатоса «эмпирической» (как для Фейерабенда), но остается лишь «квазиэмпирической» [Lakatos, 1963, p. 6], т.е. внешне похожей на эмпирические науки по формальной структуре своей динамики при сохранении сущностного отличия от них. Квазиэмпирическая теория может быть неэмпирической [Lakatos, 1978/1967, p. 29] и именно это, с точки зрения Лакатоса, случай математики.

В рамках «большой четверки» именно Кун и Лакатос наиболее выпукло выражают *переходный характер* постпозитивистской философии науки; Поппер еще слишком близок к логическому позитивизму, а Фейерабенд уже намечает выход на проблематику более современную. Подход Фейерабенда к математике возрождает точку зрения Дж.Ст. Милля (причем решительнее, чем подход Лакатоса), но это



же (и в те же годы) делает Дэвид Блур в «Знании и социальной образности» (1976). Позиция Фейерабенда подводит нас вплотную не только к отказу от сциентизма, но и к стиранию границы между формальными и фактуальными науками, «концу человеческой исключительности» и «материальному повороту» в истории и философии науки, другими словами, – к центральным темам для исследователей, отнесенных выше к «третьему поколению».

Исторический поворот и философия математики

Если для поколения логических позитивистов подход Куна был слишком «историчен», то для представителей третьего поколения – он недостаточно «историчен». Эндрю Пикеринг охарактеризовал позицию Куна как «неогегельянское видение того, что такое наука и как она изменяется» [Pickering, 2012, p. 467]. Лоррейн Дастон предлагает более развернутую характеристику: «Большинство историков науки больше не верят, что какая-либо структура может быть адекватной (do justice) предмету их исследования. Сама идея поисков всеобъемлющих регулярностей в истории науки стала казаться крайне странной и неестественной (bizarre), чем-то вроде неизжитого гегельянства, занятого поисками скрытой, но неумолимой логики в казальсь бы лишенных таковой причудах истории, а в случае Куна, последней попыткой наделить Разум (теперь воплощенный в науке) рациональной историей» [Daston, 2016, p. 117]. В самом деле, Кун развертывает в «Структуре» очередной *métarécit*, *метанарратив* (если воспользоваться языком Лиотара). Это уже не нарратив кумулятивного развития, а нарратив революционных разрывов, но это по-прежнему глобальный нарратив, основанный на неуклонном воспроизведении неизменного паттерна, который Кун обнаруживает за невнятицей конкретных событий, из которых соткан «пестрый ковер» истории науки.

Обратимся теперь к Лакатосу. Он, в еще большей степени, чем Кун, может быть оценен как представитель «неогегельянского» понимания истории. Гегельянско-марксистский подтекст, который проступает из-под попперианской «поверхности» в философии науки Лакатоса хорошо известен и подробно исследован [Feyerabend, 1981, p. 77; Larvor, 1998]. Томас Никлз говорит даже, что именно Лакатосу историческая философия во многом обязана своим «дурным именем» [Nickles, 1995, p. 140]. Для нашей цели сейчас достаточно вспомнить центральную для Лакатоса оппозицию «реальной или действительной истории» и ее «рациональной реконструкции или 'дистиллированной' истории» [Lakatos, 1963, p. 7; 1970a, p. 138]. При



этом вторая имеет для Лакатоса безусловный приоритет над первой. Выражение «рациональная реконструкция (eine rationale Nachkonstruktion)» Лакатос мог заимствовать у Поппера, который употребляет его в “Logik der Forschung“ (1935), но сам термин входил в стандартный словарь логических позитивистов, и восходит он, по видимому, к карнаповскому “Aufbau“ (1928).

История – это серия уникальных событий, которые не могут быть без остатка уложены в «прокрустово ложе» какой бы то ни было рациональной реконструкции и не должны подменяться ею. С другой стороны, история рискует превратиться в набор уникальных единичностей, которые невозможно мыслить, ведь мыслить – это находить сходства, соответствия, обобщать. Выход, видимо, в том, чтобы постоянно *сохранять баланс* между двумя полюсами: единичными историческими событиями и генерализациями, претендующими на их объяснение. Однако в каждом из «поколений» этот баланс приходится искать и находить заново и по-своему.

Ключевая проблема в этой (вроде бы) вполне благостной картине состоит в отношении к используемым нами генерализациям. Пока мы хотя бы за частью из них сохраняем статус *абсолютных априори*, наш «историзм» остается неизбежно компромиссным. Но возможен ли *бескомпромиссный историзм*, который ничего не оставляет на берегу реки истории, но все рассматривает как погруженное в ее поток? Да, возможен, полагает, например, Томас Никлз. Более того, всякий исследователь науки, который не придерживается бескомпромиссного историзма, попросту обманывает себя. И как бы сам историк науки не старался встать «над» изучаемой им исторической ситуацией и быть абсолютным объективным, это недостижимо: «даже историкам не дано избежать истории!» [Nickles, 1995, p. 162]. Питер Галисон называет такой историзм «безжалостным историзмом (relentless historicism)» [Galison, 2008, pp. 122–123; Шиповалова, 2017]. И как показательно, что ставя вопрос о том, есть ли возможность спасти хоть что-то от разъедающей ржавчины историчности, Галисон вспоминает не о чем-либо другом, а о *математике*! Он ссылается на структурализм, в основе которого лежит увлечение формализмом Гильберта и его школы, на структуралистскую интерпретацию математики Николая Бурбаки и «антипсихологизм» Фреге, который, как слишком часто считают, не оставил камня на камне от эмпирицистской философии математики Милля. Математика, дополненная подходящей философией, остается последней надеждой противников бескомпромиссного историзма.

Есть ли основания говорить о том, что бескомпромиссный историзм, – *которого ни Лакатос, ни Кун, не придерживались, но на формирование которого оказали решающее влияние*, – утвердился в современной философии математики? И да, и нет. Если мы спросим, является ли интересующая нас позиция общепринятой или,



хотя бы, доминирующей, то ответ будет *однозначно отрицательный*. Чтобы убедиться в этом, достаточно познакомиться со статьей «Философия математики» в Стэнфордской энциклопедии [Horsten, 2022/2007]. Однако, наряду с преимущественно аналитической философией математики, существует и то, что принято сейчас называть «философией математической практики». Хотя соответствующее движение восходит, по крайней мере, к 1980-м гг., – и считает Лакатоса своим отцом-основателем [Aspray & Kitcher, 1988, p. 17; Mancosu, 2008, p. 3], – международная ассоциация (APMP) возникла только в 2009 г.⁶ У входящих в нее исследователей можно встретить работы, близкие по духу к установке на бескомпромиссный историзм. Сошлюсь для примера на книги испанского историка и философа математики Хосе Феррейроса [Ferreirós, 2016], одного из основателей ассоциации, и Роя Вагнера [Wagner, 2017], члена ассоциации, выпускника Тель-Авивского университета, работающего сейчас в Высшей технической школе (Цюрих). Однако эти авторы принадлежат уже к «четвертому поколению» философов науки, и разговор о них выходит за пределы настоящей статьи.

Список литературы

Порус, 2010 – Порус В.Н. Постпозитивизм // Новая философская энциклопедия. М.: Мысль, 2010. Т. 3. С. 298–299.

Шапошников, 2019 – Шапошников В.А. Революции в математике: возвращаясь к старому спору. Часть 1 // Философия науки и техники. 2019. Т. 24. № 2. С. 70–81.

Шапошников, 2020а – Шапошников В.А. Революции в математике: возвращаясь к старому спору. Часть 2 // Философия науки и техники. 2020. Т. 25. № 1. С. 5–17.

Шапошников, 2020б – Шапошников В.А. Признавал ли Кун революции в математике? // Вестник Московского университета. Сер. 7. Философия. 2020. № 3. С. 19–37.

Шиповалова, 2017 – Шиповалова Л.В. Стоит ли науку мыслить исторически? // Эпистемология и философия науки. 2017. Т. 51. № 1. С. 18–28.

⁶ См. как организаторы APMP позиционируют себя по отношению к аналитическому «мейнстриму» <http://www.philmathpractice.org/about/> (дата обращения: 01.09.2022).



References

Aliseda & Gillies, 2007 – Aliseda, A. & Gillies, D. “Logical, Historical and Computational Approaches”, in: T.A.F. Kuipers (ed.). *General Philosophy of Science – Focal Issues (Handbook of the Philosophy of Science. Vol. 1)*. Amsterdam: North-Holland, 2007, pp. 431–513.

Aspray & Kitcher, 1988 – Aspray, W. & Kitcher, P. (eds) *History and Philosophy of Modern Mathematics*. Minneapolis, MN: The University of Minnesota, 1988, 394 pp.

Bird 2014/2008 – Bird, A. “The Historical Turn in the Philosophy of Science”, in: M. Curd & S. Psillos (eds), *The Routledge Companion to Philosophy of Science. Second Edition*. Abingdon: Routledge, 2014. pp. 79–89.

Brenner, 2014 – Brenner, A. “Epistemology Historicized: The French Tradition”, in: M.C. Galavotti et al. (eds). *New Directions in the Philosophy of Science*. Cham: Springer, 2014, pp. 727–736.

Callebaut, 1993 – Callebaut, W. *Taking the Naturalistic Turn*. Chicago: University of Chicago Press, 1993. 575 pp.

Darden, 1976 – Darden, L. “The Heritage from Logical Positivism: A Reassessment”, in: *PSA 1976: Proceedings of the 1976 Biennial Meeting of the Philosophy of Science Association*, vol. 2, pp. 242–258.

Daston, 2016 – Daston, L. “History of Science without *Structure*”, in: R.J. Richards & L. Daston (eds). *Kuhn’s Structure of Scientific Revolutions at Fifty*. Chicago: University of Chicago Press, 2016, pp. 115–132.

Ferreirós, 2016 – Ferreirós, J. *Mathematical Knowledge and the Interplay of Practices*. Princeton: Princeton University Press, 2016, 357 pp.

Feyerabend, 1981 – Feyerabend, P. *Problems of Empiricism (Philosophical Papers. Vol. 2)*. New York: Cambridge University Press, 1981, 267 pp.

Galison, 2008 – Galison, P. “Ten Problems in History and Philosophy of Science”, *Isis*, 2008, vol. 99, no. 1, pp. 111–124.

Hacking, 1983 – Hacking, I. *Representing and Intervening*. New York: Cambridge University Press, 1983, 303 pp.

Horsten, 2022/2007 – “Philosophy of Mathematics (first published 2007; substantive revision 2022)”, in: E.N. Zalta (ed.). *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. [<https://plato.stanford.edu/entries/philosophy-mathematics/>, accessed on 06.09.2022]

Kuhn, 1977 – Kuhn, T.S. *The Essential Tension*. Chicago: University of Chicago Press, 1977, 389 pp.

Lakatos, 1963 – Lakatos, I. “Proofs and Refutations (I)”, *British Journal for the Philosophy of Science*, 1963, vol. 14, no. 53, pp. 1–25.

Lakatos, 1970a – Lakatos, I. “Falsification and the Methodology of Scientific Research Programmes”, in: I. Lakatos & A. Musgrave (eds). *Criticism and the Growth of Knowledge*. Aberdeen: Cambridge University Press, 1970, pp. 91–195.

Lakatos, 1970b – Lakatos, I. “History of Science and Its Rational Reconstructions”, *PSA: Proceedings of the Biennial Meeting of the Philosophy of Science Association*, 1970, pp. 91–136.

Lakatos, 1978/1967 – Lakatos, I. “A Renaissance of Empiricism in the Recent Philosophy of Mathematics”, in: I. Lakatos. *Mathematics, Science and Epistemology (Philosophical Papers. Vol. 2)*. Cambridge: Cambridge University Press, 1978, pp. 24–42.



Larvor, 1998 – Larvor, B. *Lakatos: An Introduction*. London: Routledge, 1998, 141 pp.

Mancosu, 2008 – Mancosu, P. (ed.). *The Philosophy of Mathematical Practice*. New York: Oxford University Press, 2008, 459 pp.

Nemeth, 2007 – Nemeth, E. “Logical Empiricism and the History and Sociology of Science”, in: A. Richardson & T. Uebel (eds). *The Cambridge Companion to Logical Empiricism*. New York: Cambridge University Press, 2007, pp. 278–302.

Nickles, 1995 – Nickles, T. “Philosophy of Science and History of Science”, *Osiris*, 1995, vol. 10, no. 1, pp. 139–163.

Nickles, 2017 – Nickles, T. “Historicist Theories of Scientific Rationality (first published 2017)”, in: E.N. Zalta (ed.). *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. [<https://plato.stanford.edu/entries/rationality-historicist/>, accessed on 06.09.2022]

Pickering, 1995 – Pickering, A. “Beyond Constraint: The Temporality of Practice and the Historicity of Knowledge”, in: J.Z. Buchwald (ed.) *Scientific Practice: Theories and Stories of Doing Physics*, Chicago: University of Chicago Press, 1995, pp. 42–55.

Pickering, 2012 – Pickering, A. “The World since Kuhn”, *Social Studies of Science*, 2012, vol. 42, no. 3, pp. 467–473.

Popper, 1979 – Popper, K.R. *Objective Knowledge. Revised Edition*. Oxford: Clarendon Press, 1979, 405 pp.

Popper, 1991 – Popper, K.R. *Conjectures and Refutations: The Growth of Scientific Knowledge*. London: Routledge, 1991, 445 pp.

Popper, 1992 – Popper, K.R. *The Logic of Scientific Discovery*. London: Routledge, 1992, 480 pp.

Reisch, 1991 – Reisch, G.A. “Did Kuhn Kill Logical Empiricism?”, *Philosophy of Science*, 1991, vol. 58, no. 2, pp. 264–277.

Schmaus & Rey, 2021 – Schmaus, W. & Rey, O. “Special Issue: Nineteenth-Century French Philosophy of Science: Positivism and Its Continuations”, *HOPOS*, 2021, vol. 11, no. 2, pp. 421–427.

Stadler, 2007 – Stadler, F. “History of the Philosophy of Science. From *Wissenschaftslogik* (Logic of Science) to Philosophy of Science: Europe and America (1930–1960)”, in: T.A.F. Kuipers (ed.). *General Philosophy of Science: Focal Issues (Handbook of the Philosophy of Science. Vol. 1)*. Amsterdam: North-Holland, 2007, pp. 577–658.

Toulmin, 1969 – Toulmin, S. “From Logical Analysis to Conceptual History”, in: P. Achinstein & S.F. Barker (eds). *The Legacy of Logical Positivism*. Baltimore: The Johns Hopkins Press, 1969, pp. 25–53.

Wagner, 2017 – Wagner, R. *Making and Breaking Mathematical Sense*. Princeton: Princeton University Press, 2017, 250 pp.

Zammito, 2004 – Zammito, J.H. *A Nice Derangement of Epistemes: Post-Positivism in the Study of Science from Quine to Latour*. Chicago: University of Chicago Press, 2004, 390 pp.